Programma di Meccanica Applicata alle Macchine (6 CFU) Corso di laurea inIng. Navale a. a. 2014/15

Definizione di Macchina e principi fondamentali

Definizione di Macchina e Meccanismo. Le coppie cinematiche.Il principio di d'Alembert. Classificazione delle forze; esempio del gruppo di macchine. Cenni al teorema dell'energia cinetica.Sistemi ridotti. Esempio della riduzione del meccanismo di comando valvole in un motore a combustione interna. Esempio della riduzione del manovellismo di spinta rotativa.Sistema ridotto di una macchina e di un gruppo. Definizione di rendimento meccanico: rendimento di meccanismi in serie ed in parallelo.

Cinematica e dinamica del manovellismo di spinta rotativa

Studio cinematico del manovellismo di spinta; il moto del bottone di manovella (punto B) e del piede di biella (punto C): spostamenti, velocità e accelerazioni.Studio dinamico del manovellismo: le forze d'inerzia della manovella, del pistone; sistema approssimato a due masse per la determinazione delle f. d'inerzia della biella. Il bilanciamento delle forze d'inerzia rotanti ed alternative.Forze di pressione: il ciclo indicato. Diagramma del momento motore.Motori pluricilindrici: uniformità del momento motore. Motori con disposizione dei cilindri in linea ed a V.Esempi di bilanciamento delle forze d'inerzia nei motori con cilindri in linea: 4 cilindri (2 e 4 tempi); 6 cilindri (4 tempi).

La regolazione delle macchine

Condizioni di regime: periodico e assoluto. Grado di irregolarità nel periodo: determinazione del momento d'inerzia di un volàno con il metodo di Tredgold. Caratteristica meccanica di una macchina. Stabilità delle condizioni di regime. Curva caratteristica meccanica regolata.

Vibrazioni dei sistemi ad 1 grado di libertà

Leggi del moto armonico. Rappresentazione delle grandezze armoniche mediante i vettori rotanti. Sistemi conservativi: vibrazioni libere e forzate per un sistema massa-molla. Sistemi dissipativi: vibrazioni libere e forzate. Metodo del decremento logaritmico per la determinazione dello smorzamento viscoso. Elementi elastici disposti in serie e in parallelo. Isolamento attivo e passivo delle vibrazioni.

Bilanciamento dei rotori rigidi Definizione di sbilanciamento statico e dinamico di un rotore. Il bilanciamento dei rotori rigidi.

Velocità critiche flessionali: Le velocità critiche come risonanze flessionali: Il modello di Jeffcott per un rotore su supporti rigidi.

Le trasmissioni meccaniche: Ruote di frizione. Limite alla potenza trasmissibile con r. di frizione. Ruote dentate: nomenclatura e definizioni delle ruote dentate. Rotismi ordinari semplici e composti. Rotismi epicicloidali: la formula di Willis. I riduttori epicicloidali.

CLASSIFICAZIONE DELLE MACCHINE

- Una **MACCHINA** è un sistema meccanico che trasforma energia, dove per **SISTEMA** si intende l'insieme degli organi mobili (in moto relativo tra loro) e fissi (che costituiscono il telaio).
  Le trasformazioni energetiche possono essere di tipo elettrico (in meccanico) oppure di tipo chimico (combustione).

- In funzione del **TIPO DI TRASFORMAZIONE DI ENERGIA** possiamo individuare delle **categorie di MACCHINE**:

① **MACCHINA MOTRICE**: trasforma energia di forma diverse (es. energia elettrica) in energia meccanica (di movimento) che svolge un lavoro (es. MOTORE ELETTRICO, (o. TURBINE)

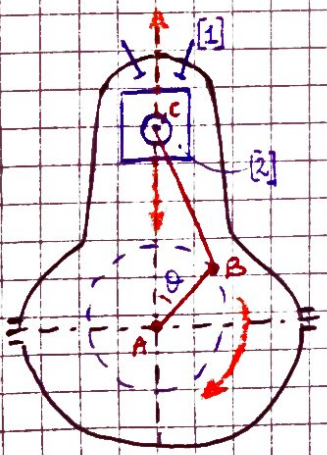
② **MACCHINA GENERATRICE**: trasformazione opposta alle macchine generatrice motrice (a ogni macchina motrice c'è una corrispondente macchine generatrice). In ingresso ho ENERGIA MECCANICA che viene trasformata in altri tipi di energie (es. generatore elettrico). (es. COMPRESSORE (inverso turbina))

③ **MACCHINA OPERATRICE**: macchine che svolge un solo tipo di operazione (e. trapano, tornio), utile nelle industrie.

- La **PARTE FISSA** di una macchine è detta **TELAIO, PONTE o INCASTELLATURA**: è importante perché collega tutti gli organi mobili e fa sì che si muovano secondo le leggi desiderate.
- Le macchine che hanno un solo organo mobile sono dette **MACCHINE A ROTORE** (l'organo si muove di moto rotatorio)
  — esempi: eliche, turbine ecc. — La parte fissa è detta **STATORE**, quella mobile **ROTORE**.

MECCANISMI - meccanismo di spinta rotativa - camma-valvola - e cinghia
I meccanismi sono degli insiemi di organi mobili che servono a trasferire energia (NON la trasformano).
Essi sono costituiti da almeno 2 organi mobili (che si scambiano il moto) collegati tra loro (es. coppie di ruote).
Se trasferimento di moto avviene a spese di un'aliquota di energia che viene dissipata (a causa di attriti, resistenze ecc.)

- All'interno dei MOTORI ALTERNATIVI vi è un meccanismo detto **MECCANISMO di SPINTA ROTATIVA**, che trasferisce il moto del PISTONE (traslatorio) in MOTO ROTATORIO (meccanismo biella-manovella)

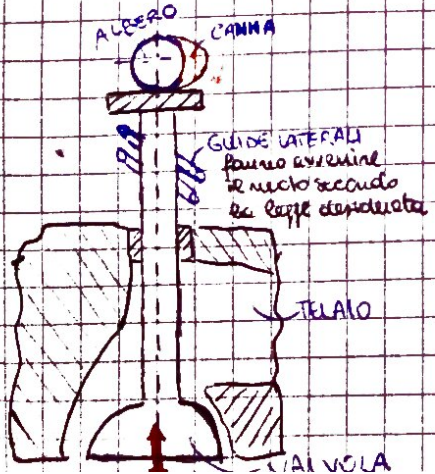


● MOTI (traslatorio del pistone, rotatorio della manovella)
[1] VALVOLE: servono a collegare l'INTERNO della MACCHINA con l'ESTERNO. Si devono aprire o chiudere.
[2] PISTONE: (si muove di moto traslatorio)

$\overline{AB}$ → MANOVELLA
$\overline{BC}$ → BIELLA

Questo schema è una vista laterale della MACCHINA (o MOTORE) ALTERNATIVA
Il MOTO TRASLATORIO realizzato dal PISTONE viene trasformato in MOTO ROTATORIO dal meccanismo biella-manovella. Tale meccanismo si trova nelle macchine motrici di tipo alternativo e nelle macchine generatrici

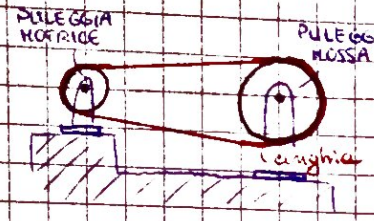
- Un altro meccanismo che troviamo nelle macchine alternative è il **MECCANISMO CAMMA-VALVOLA**
  Tale meccanismo serve ad aprire e chiudere le valvole, in un determinato momento, con una certa legge di MOTO ($\vec{v}, \vec{a}$)



Questo meccanismo trasforma un MOTO ROTATORIO di un albero a camme (la CAMMA è un organo eccentrico sulla parte esterna dell'albero) in MOTO TRASLATORIO ALTERNO (della valvola)
Quando l'albero ruota, la CAMMA spinge la valvola verso il basso, mettendo in comunicazione il condotto (della valvola) con la MACCHINA ALTERN.

Dopo un giro completo la CAMMA torna nella parte superiore grazie a una molla, a cui è vincolata.

• Altro meccanismo importante è il **MECCANISMO A CINGHIA**, che effettua una TRASMISSIONE DEL MOTO



Avviene tra 2 PULEGGE (2 dischi (organi rigidi) vincolati su TELAIO) che hanno stesso o diverso diametro. Esse sono collegate con una CINGHIA, che trasferisce il moto. Se il DIAMETRO è diverso varia la velocità angolare del trasferimento di energia.

IN QUESTI MECCANISMI HO UNA PERDITA DI ENERGIA MECCANICA (A CAUSA DEL PASSAGGIO DI MOTO)

Sistema tra cinematismi che trasmette moto

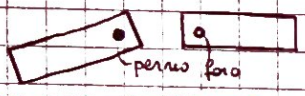
-Un **GRUPPO DI MACCHINE** è un sistema formato da una MACCHINA MOTRICE e una MACCHINA GENERATRICE (una macchina NON funziona mai da sola). Esse sono collegate attraverso SISTEMI di vario tipo (GIUNTI, INGRANAGGI ecc.). Tali sistemi sono detti MECCANISMI di COLLEGAMENTO.

• Un esempio può essere un **GRUPPO ELETTROGENO**, nel quale come macchina motrice abbiamo un MOTORE ALTERNATIVO a COMBUSTIONE INTERNA, come macchina generatrice un GENERATORE ELETTRICO (alternatore se produce corrente alternata, dinamo se produce corrente continua).

• Il **GRUPPO CONVERTITORE** è un gruppo che serve a trasformare energia elettrica (CORRENTE ALTERNATA) in corrente elettrica CONTINUA. In questo caso il gruppo collega un motore elettrico a una dinamo.

• **COPPIE CINEMATICHE**

Due ORGANI sono collegati con sistemi (superfici) detti COPPIE CINEMATICHE (sono superfici di 2 organi collegati)



Possiamo fare una classificazione in base al tipo di moto che le coppie cinematiche consentono.

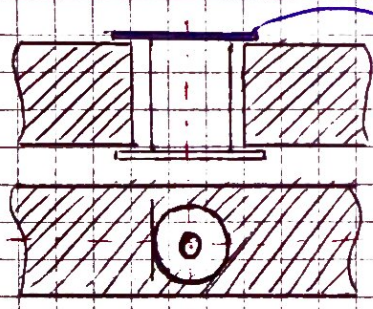
• **COPPIE INDIPENDENTI**: il MOTO RELATIVO ha (1) solo grado di libertà (la ROTAZIONE nel meccanismo di spinta). Di solito tutte le coppie PERNO-CUSCINETTO sono coppie cinematiche indipendenti.

• **COPPIE DIPENDENTI**: consentono (2) tipi di moto relativo (2 GRADI DI LIBERTÀ).
es. PISTONE CILINDRO → moto traslatorio lungo l'asse, moto rotatorio intorno all'asse.
La coppia diventa a un grado di libertà se colleghiamo il PISTONE alla BIELLA (non ruota più).
Sono delle coppie dipendenti perché appunto dipendono dal collegamento. In origine avrebbero 2 gradi di libertà.

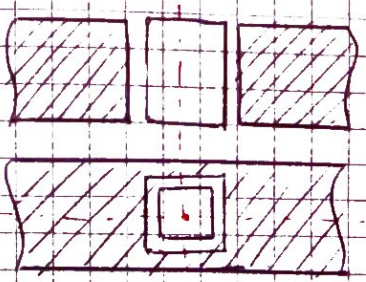
• **COPPIE DI FORZA**: possono scambiare MOTO in virtù di forze
•es. La trasmissione del moto della CINGHIA avviene grazie a una forza applicata sulla cinghia
•es. Rotazione della ruota sul binario, che avviene grazie alla FORZA di contatto ruota-binario.
•es. Trasmissioni a ruote dentate (spinta dei 2 denti a contatto)

Oltre alla classificazione in base al MOTO, possiamo fare distinzioni in funzione della **SUPERFICIE**:

• **COPPIE CINEMATICHE ELEMENTARI** (o inferiori): le superfici sono RIGIDE, IDENTICHE e COMBACIANTI
- es. coppia **perno-cuscinetto** (solido cilindrico), coppia ROTOIDALE, in cui le 2 superfici cilindriche combaciano.
- es. coppia **PRISMATICA**, che consente un MOTO TRASLATORIO ALTERNO (un pistone all'interno)
- es. coppia **ELICOIDALE**, come la MADREVITE (vite e dado) che consentono 2 moti, uno rotatorio, uno traslatorio.



coppie ROTOIDALE



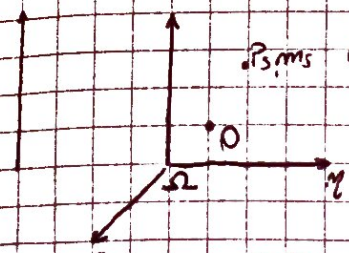
coppia PRISMATICA

• **COPPIE CINEMATICHE SUPERIORI**: le superfici sono RIGIDE ma NON COMBACIANTI, oppure COMBACIANTI ma NON RIGIDE
es. RUOTA DENTATA (rigida, ma NON combaciante)
es. CINGHIA-PULEGGIA (combaciante ma NON rigida)

NB: nel caso di coppie con SUPERFICI RIGIDE MA NON COMBACIANTI è necessario che le superfici siano CONIUGATE, cioè nel punto di contatto la normale (comune alle 2 superfici) deve passare per il centro di istantanea rotazione.

EQUAZIONI CARDINALI DELLA DINAMICA

mettono in relazione il MOTO con le FORZE (di un sistema). Fissiamo un riferimento inerziale (origine Ω)



$$m_s \bar{a}_s = \bar{R}_s^{(e)} + \sum_{i=1}^{n} \bar{f}_{s,i}$$

(1ª equazione cardinale per il punto P_s)

Presi 2 punti P_1 e P_2 le forze interne sono uguali e opposte

COPPIA DI BRACCIO NULLO

Scelto un POLO O,

$$(P_s - O) \times m_s \bar{a}_s = \bar{M}_{O,s}^{(e)} + \sum_{i=1}^{n} (P_s - O) \times \bar{f}_{s,i}$$

- Per n punti

$$\sum_{s=1}^{n} m_s \bar{a}_s = \bar{R}^{(e)} + \sum_{s=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \bar{f}_{s,i}$$ (forze uguali e opposte)

con $\bar{R}^{(e)} = \sum_{s=1}^{n} \bar{R}_s^{(e)}$

equazioni nella 1ª forma

$$\sum_{s=1}^{n} (P_s - O) \times m_s \bar{a}_s = \bar{M}_O^{(e)} + \sum_{s} \sum_{i} (P_s - O) \times \bar{f}_{s,i}$$ (forze di braccio nullo)

con $\bar{M}_O^{(e)} = \sum_{s=1}^{n} \bar{M}_{O,s}^{(e)}$

equazioni nella 2ª forma

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{R}^{(e)} \\ \dfrac{d\bar{K}_O}{dt} = \bar{M}_O^{(e)} \end{cases}$$

(quantità di moto $\bar{Q} = \sum_s m_s \bar{v}_s$ — momento risultante $\bar{K}_O = \sum_s (P_s - O) \times m_s \bar{v}_s$)

- Per un generico punto P_s chiamiamo FORZA D'INERZIA $\bar{f}_s^{(i)} = -m_s \bar{a}_s$ (in punti $\bar{R}^{(i)} = -\sum_s m_s \bar{a}_s$)

e MOMENTO DELLA FORZA D'INERZIA $\bar{M}_{O,s}^{(i)} = -(P_s - O) \times m_s \bar{a}_s$ (in punti $\bar{M}_O^{(i)} = -\sum_s (P_s - O) \times m_s \bar{a}_s$)

$\Rightarrow$ Si deduce che

$$\bar{R}^{(i)} + \bar{R}^{(e)} = 0$$
$$\bar{M}_O^{(i)} + \bar{M}_O^{(e)} = 0$$

→ forma particolare che descrive un equilibrio tra forze e momenti è detto PRINCIPIO DEGLI EQUILIBRI DINAMICI (in ogni istante c'è equilibrio) (PRINCIPIO DI D'ALEMBERT)

Facendo distinzione tra forze attive e vincolari (FORZE ESTERNE)

- $\bar{R}^{(i)} + \bar{R}^{(a)} + \bar{R}^{(v)} = 0$
- $\bar{M}_O^{(i)} + \bar{M}_O^{(a)} + \bar{M}_O^{(v)} = 0$

(classificazione delle FORZE)
- INTERNE
- ESTERNE
  - attive
  - vincolari
  - D'INERZIA

Non sono considerate le forze interne (che non compaiono negli equilibri DINAMICI)

TEOREMA DEL MOTO DEL BARICENTRO

per un sistema di punti $\bar{R}^{(i)} = -\sum_s m_s \bar{a}_s = -\dfrac{d^2}{dt^2} \sum m_s (P_s - \Omega) = -\dfrac{d^2}{dt^2} m(G - \Omega) = -m\ddot{G} = -m\bar{a}_G$

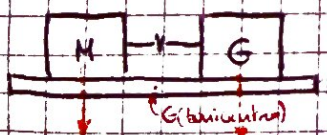
dalla 1ª equazione cardinale $-m\bar{a}_G + \bar{R}^{(e)} = 0$, cioè $\boxed{m\bar{a}_G = \bar{R}^{(e)}}$

Il baricentro si muove come un punto materiale in cui è concentrata la massa del sistema su cui agiscono le forze esterne

GRUPPO DI MACCHINE (macchina motrice + macchina generatrice)

(equazioni P. di D'ALEMBERT)

$$\bar{R}^{(i)} + \bar{R}^{(a)} + \bar{R}^{(v)} = 0 \qquad \bar{M}_O^{(i)} + \bar{M}_O^{(a)} + \bar{M}_O^{(v)} = 0$$



Scelgo come polo il baricentro del sistema (PUNTO FISSO in un corpo rigido)

Ricavo le incognite vincolari: $\bar{R}^{(v)} = -\bar{R}^{(i)} - \bar{R}^{(a)} = -\bar{R}^{(a)} - P_2 - P_1$

$\bar{M}_O^{(v)} = -\bar{M}_O^{(i)} - \bar{M}_{P_1} - \bar{M}_{P_2}$

- FORZA PESO

Con il PRINCIPIO DI SFILAMENTO isolo la macchina motrice (elimino la macchina generatrice)

(M_2 è il momento resistente che la M. GENERATRICE esplica sul motore)

(MOT.)

$$\bar{R}^{(v)} = -\bar{R}^{(i)} - P_1$$

$$\bar{M}_O^{(v)} = -\bar{M}_O^{(i)} - \bar{M}_{P_1} - \bar{M}_2$$

reazioni vincolari del solo motore sul basamento

Analogamente solo il GENERATORE
$\bar{M}_m$ (MOMENTO MOTORE) è uguale e opposto a $\bar{M}_R$

(GEN.) $\bar{R}^{(v)} = -\bar{R}^{(i)} - \bar{P}_2$ $\quad \bar{M}_O^{(v)} = -\bar{M}_O^{(v)} - \bar{M}_R - \bar{M}_m$

ricordati che il momento giroscopico applica sul basamento

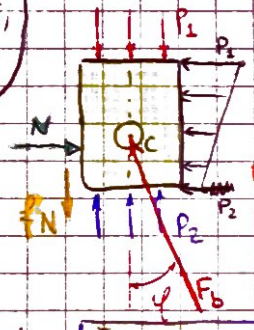
Tra le 2 MACCHINE ci sarà un MOTO RELATIVO (che può portare alle nascite di sollecitazioni pericolose)
Se il BASAMENTO NON è COMUNE. (Nel nostro caso è BASAMENTO È UNICO)

(Solido ad 1 molteplicità) MECCANISMO MOTRICE
ESAMINO IL PISTONE (uno degli organi) compie un MOTO TRASLATORIO

Voglio esaminare il SOTTOSISTEMA dal punto di vista DINAMICO; ISOLO il PISTONE e applico il PRINC. DI SEZIONAMENTO → faccio il DIAGRAMMA DEL CORPO LIBERO sul PISTONE → identifico le forze:

(Sfrutto solo la 1ª EQUAZIONE poiché il pistone si muove di MOTO TRASLATORIO)

- Ci sono forze di pressione: F_1 (il gas viene compresso nella parte superiore), F_2 (nella parte inferiore c'è una pressione $P_2 \approx P_{ATM}$). Lateralmente c'è una pressione che varia con continuità, ma siccome in ogni punto laterale c'è una pressione opposta (nel lato opposto) non vengono considerate.
- C'è la forza con cui la BIELLA spinge il pistone verso l'alto (F_b) inclinata di φ
- C'è una forza normale che esercita sul pistone (N)
- Siccome c'è un MOTO di STRISCIAMENTO tra pistone + cilindro, ci sarà una FORZA D'ATTRITO opposta al verso del moto fN (f coeff. d'attrito)
- C'è la FORZA PESO P (forze attive per eccellenza) e le ~~FORZE D'INERZIA~~ — NO!



$\bar{F}_1 = p_1 A$ $\quad \bar{F}_2 = p_2 A$ $\quad \bar{F}_b$ $\quad \bar{N}$ $\quad f\bar{N}$ (FORZA DI ATTRITO) opposta al verso di percorrenza

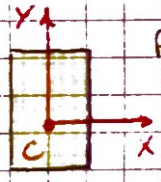
$\bar{P}$ (forza peso) $\quad -m_p \bar{a}_c$ (forza di inerzia) (concentro la massa in C_1 poiché è un corpo rigido)

$-m_1 \bar{a}_{cd}$ forza d'inerzia dovuta alla forza della biella che agisce sul pistone (al posto della BIELLA (BC) considero la massa: una concentrata in C (m_1) e una in B)

per D'Alembert $\quad \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_b + \bar{N} + f\bar{N} + \bar{P} - m_p \bar{a}_c - m_1 \bar{a}_c = 0$

le incognite sono $\bar{N}$ e $\bar{F}_b$ (forza della biella sul pistone)

(NB) le forze PESO e INERZIA sono sempre forze esterne. (le forze di pressione di solito sono interne)



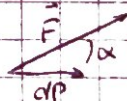
Proietto l'equazione sui 2 assi (xy) per ottenere 2 equazioni in 2 incognite

$$\begin{cases} (X)\ \bar{N} - \bar{F}_b \sin\varphi = 0 \\ (Y)\ -F_1 + F_2 + \bar{F}_b \cos\varphi - fN - P - m_p a_c - m_1 a_c = 0 \end{cases}$$

⇒ ottengo $\bar{F}_b$ e la spinta esterna $\bar{N}$ (2 incognite)

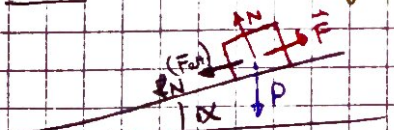
· TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

RICHIAMI GENERALI
Il lavoro elementare è definito come $dL = F \cdot dP = F\, dP \cos\alpha$

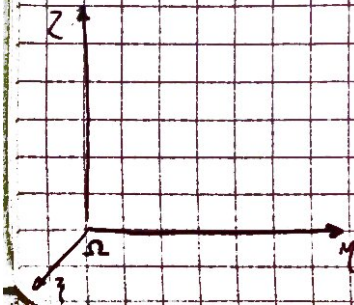


- LAVORO MOTORE: forza e spostamento concordi. Lavoro positivo $\alpha < 90°$ ($\bar{F}$ è detta forza motrice)
- LAVORO RESISTENTE: lavoro negativo $\alpha \geq 90°$ (F è detta forza resistente)

Le forze resistenti sono suddivise in
- UTILI: forza che si oppone al movimento (che occorre per compiere il movimento)
- PASSIVE: sono dovute a fenomeni dissipativi (lavoro trasformato in calore, attrito)



MOTO verso l'alto (PIANO INCLINATO)
(F) forza motrice (P forza peso) è una forza resistente utile
(Fat) è una forza resistente passiva



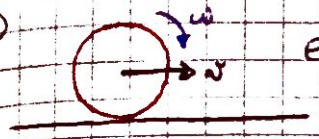
L'energia è data da 2 contributi:

$$E = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} \underbrace{[\omega]^T [I]}_{\text{risultato}}$$

$[\omega] = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$ $\quad$ MATRICE INERZIA $[I] = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & \\ & & I_{zz} \end{bmatrix}$

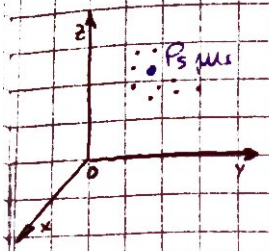
- Se il corpo si muove di moto puramente traslatorio $E = \frac{1}{2} m v_G^2$
- Se stiamo di moto puramente rotatorio $E = \frac{1}{2} I \omega^2$

ES



$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

ESEMPIO: ruota nel piano



• Dato un generico punto (P_s, m_s), su esso agiscono una forza d'inerzia, forze esterne e forze interne (P. D'ALEMBERT)

$$\boxed{-m_s \vec{a}_s + \vec{R}_s^{(e)} + \sum_{r=1}^{n} \vec{f}_{s,r} = 0}$$

Se ho uno spostamento elementare dP_s, tutte queste forze compiono un lavoro:

LAVORO F. D'INERZIA • $\boxed{-m\vec{a}_s \cdot dP_s} = -m\vec{a}_s \frac{dP_s}{dt} dt = -m_s(\vec{a}_s \cdot \vec{v}_s)dt = -m_s(\ddot{x}_s\dot{x}_s + \ddot{y}_s\dot{y}_s + \ddot{z}_s\dot{z}_s)dt$

$= -\frac{1}{2} m_s \frac{d}{dt}(\dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2 + \dot{z}_s^2)\, dt = -d\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = -dE_s$

→ è pari alla variazione dell'energia CINETICA

LAVORO F. ESTERNE • $\boxed{\vec{R}_s^{(e)} \cdot dP_s = dL_s^{(e)}}$

LAVORO F. INTERNE • $\boxed{\sum f_{s,r} \cdot dP_s = dL_s^{(i)}}$

⇒ ottengo il teorema dell'ENERGIA CINETICA: $dL_s^{(e)} + dL_s^{(i)} = dE_s$

in alternativa alle equaz. della DINAMICA ho questo teorema per studiare la DINAMICA

Per n punti $\boxed{dL^{(e)} + dL^{(i)} = dE}$ con $dL^{(e)} = \sum_s dL_s^{(e)}$, $dL^{(i)} = \sum_s dL_s^{(i)}$; $dE = \sum_s dE_s$

— Per un CORPO RIGIDO $dL^{(e)} = dE$ poiché $dL^{(i)} = 0$

— Per un MECCANISMO (più corpi rigidi collegati) $dL^{(e)} + dL^{(i)} = dE$, dove $dL^{(i)}$ è il lavoro delle forze che i vari corpi si scambiano reciprocamente (es. attrito)
(spesso trascuro le forze INTERNE anche nel meccanismo)

• Nelle ipotesi di corpi rigidi e sistemi a 1 GRADO di LIBERTÀ (non ci sono pochi tra i collegamenti) (sono tra serrati) possono essere ridotti a ~~sistemi~~ un unico organo sul quale agisce una sola forza.
Tali sistemi sono detti SISTEMI RIDOTTI (schemi semplificati), spesso utilizzati per spiegare meccanismi complessi, applicando il TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

• ESEMPIO di sistema RIDOTTO: devo individuare un'unica MASSA sulla quale agisce un'UNICA FORZA

SISTEMA REALE EFFETTIVO (ho più forze) ⟶ SISTEMA RIDOTTO (unico corpo, unica forza, unica energia cinetica)

- Per fare questo passaggio devo fare due RIDUZIONI:
• RIDUZIONE DELLE MASSE: energia sist. effettivo = energ. cinetica sist. ridotto (uguaglianza ENERGIA)
• RIDUZIONE DELLE FORZE: lavoro sist. effettivo = lavoro sist. ridotto. (uguaglianza LAVORO)

Parlo di RIDUZIONE a UN PUNTO per sistemi che traslano, RIDUZIONE a UN ASSE se il corpo ruota.

$\boxed{\frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} m_r v_r^2}$ riduzione delle masse (RID. a un PUNTO)

punto effettivo; r → punto di riduzione

$m_r = m_e \left(\frac{v_e}{v_r}\right)^2$

$\boxed{\frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} I_r \omega_r^2}$ riduzione a un ASSE

effettivo; ridotto

$I_r = m_e \left(\frac{v_e}{\omega_r}\right)^2$

Infine sommando le n MASSE RIDOTTE ottengo la massa ridotta dell'ORGANO FITTIZIO $\sum_{s=1}^{n} m_{es} = m$

Sia $\vec{F}_s$ la generica forza che compie un lavoro (effettivo) $\vec{F}_e \cdot dP_e$

$\boxed{F_e\, ds_e = F_r\, ds_r}$ riduzione delle forze (rid. a un punto) $\vec{F}_e = F_e \frac{ds_e}{ds_r}$

$\boxed{F_e\, ds_e = M_r\, d\theta_r}$ (riduz. a un asse) $M_r = F_e \frac{ds_e}{d\theta_r}$

Sommando gli n momenti $\sum_r M_r = M$ e le n forze $\sum F_r = F$

Avendo uguagliato L e E, il teorema dell'ENERGIA CINETICA vale anche nel sistema RIDOTTO

→ applico il TEOREMA dell'ENERGIA CINETICA al sistema ridotto

(riduzione a un punto) (riduzione a un asse)

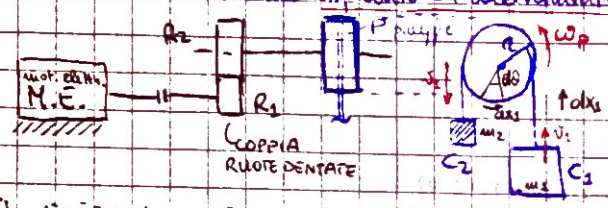
$\boxed{F\,ds = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)}$ SISTEMA RIDOTTO , oppure $\boxed{M\,d\theta = d\left(\frac{1}{2} I \omega^2\right)}$

se m e I sono costanti

- $F\,ds = \frac{1}{2} m\, dv^2 = \cancel{2}\frac{1}{\cancel{2}} m v\, dv$ DIVIDO per dt ⇒ $F\frac{ds}{dt} = m v \frac{dv}{dt}$ ⇒ $F v = m v a$ ⇒ $\boxed{F = ma}$ (rid. a un punto)
- $M\,d\theta = d\left(\frac{1}{2} I \omega^2\right) = \frac{1}{2} I\, d\omega^2$ ⇒ $M\omega = \frac{1}{2} I \frac{d\omega^2}{dt}$ ⇒ $\boxed{M = I\frac{d\omega}{dt}}$ (rid. a un asse)

OSSERVAZIONE: se I e m sono costanti posso applicare direttamente il P. DI D'ALEMBERT per valutare la DINAMICA del sistema

- ESEMPIO: dimensionamento impianto di sollevamento



SISTEMA = 1 GRADO DI LIBERTA'

- Nelle 2 ruote dentate ho una riduzione di velocità ($R_2 > R_1$), R_1 e R_2 sono i raggi
- Una PULEGGIA (P) è collegata alla 2ª ruota dentata, ha raggio r e ad essa sono vincolate (mediante funi) la CABINA (C_1) e un CONTRAPPESO (C_2) di massa m_2 (il contrappeso riduce la potenza necessaria per spostare il peso C_1)

Studio il tutto con il TEOREMA dell'ENERGIA CINETICA (applicato al SIST. RID)

sia M_m il momento motore (sul MOTORE ELETTRICO)

θ_m	θ_p	
ω_m (velocità angolare)	ω_p	puleggia
I_m (mom. inerzia parte rotante)	I_p	

posso definire il RAPPORTO DI TRASMISSIONE (del moto) tra le 2 velocità (albero motore e puleggia)

$\boxed{\varepsilon = \frac{\omega_m}{\omega_p}}$ oppure $\boxed{\varepsilon = \frac{d\theta_m}{d\theta_p}}$

- Scelgo di fare una RIDUZIONE all'asse del MOTORE elettrico

— riduzione ~~asse~~ masse — l'asse di riduzione coincide con l'asse effettivo ⇒ il mom. d'inerzia del MOTORE NON va ridotto (I_m)

I_p: $\frac{1}{2} I_p \omega_p^2 = \frac{1}{2} I_{p,r}\, \omega_m^2$ ⇒ $I_{p,r} = I_p\left(\frac{\omega_p}{\omega_m}\right)^2 = I_p \frac{1}{\varepsilon^2}$

sist. ridotto all'asse del motore

massa cabina → C_1: $\begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} I_{1r}\, \omega_m^2 \\ v_1 = \omega_p r \end{cases}$ ⇒ $I_{1r} = m_1 \frac{(r\omega_p)^2}{\omega_m^2} = \frac{m_1 r^2}{\varepsilon^2}$

contrappeso → C_2: $\frac{1}{2} m_2 v_1^2 = \frac{1}{2} I_{2r}\, \omega_m^2$ ⇒ $I_{2r} = m_2 \frac{v_1^2}{\omega_m^2} = m_2 \frac{r^2}{\varepsilon^2}$

- sommo le masse ridotte $\boxed{I = I_m + I_{p,r} + I_{1r} + I_{2r}} = I_m + \frac{I_p + m_1 r^2 + m_2 r^2}{\varepsilon^2}$ (MOMENTO D'INERZIA RIDOTTO)

— riduzione delle forze — il momento (M_m) NON va ridotto.

cabina (f. peso) C_1: $(P_1 = m_1 g)$ $\begin{cases} m_1 g \cdot dx_1 = m_1 g\, r\, d\theta_p = M_{r1}\, d\theta_m \\ dx_1 = r\, d\theta_p \end{cases}$ $M_{r1} = m_1 g\, r \frac{d\theta_p}{d\theta_m} = \frac{m_1 g r}{\varepsilon}$

m_1 e dx_1 sono discordi → momento resistente

contrappeso C_2: $m_2 g \cdot dx_1 = M_{r2}\, d\theta_m$ $M_{r2} = m_2 g \frac{dx_1}{d\theta_m} = m_2 g \frac{r}{\varepsilon}$

- Sommo i momenti $\boxed{M = M_m - M_{r1} + M_{r2}} = M_m + (m_2 - m_1) g \frac{r}{\varepsilon} = \boxed{M_m - (m_1 - m_2) g \frac{r}{\varepsilon}}$ (*) vedo una cosa

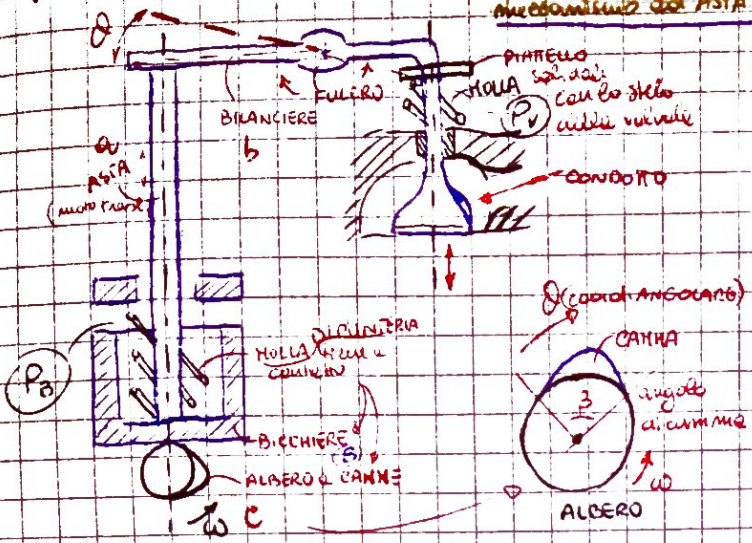
Dall'espressione (*) capisco l'importanza del CONTRAPPESO:
Il MOMENTO RIDOTTO (M) è dato da un momento motore M_m meno un'aliquota $(m_1 - m_2)\frac{gr}{\varepsilon}$ che dipende dalle masse di C_1 e C_2. Al crescere della massa del contrappeso (C_2), diminuisce il momento necessario a sollevare il peso in C_1.

- Per il TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA $(M_m - M_r)\,d\theta = d\left(\frac{I\,\omega_m^2}{2}\right)$; con I e m costanti posso studiare la DINAMICA attraverso l'equazione cardinale → $\boxed{M_m - M_r = I \frac{d\omega_m}{dt}}$ $\frac{d\omega_m}{dt} = r\frac{d}{dt}$

- MECCANISMO COMANDO VALVOLA (vari modelli di funzionamento)

  Se si dice il combustibile fresco entrare nel motore (quando è opportuno) → SI APRE LA VALVOLA

  Meccanismo ad ASTA e BILANCIERI (più classico)



La CAMMA spinge l'asta e consente APERTURA e CHIUSURA della valvola.

Trasforma il moto rotatorio dell'albero in TRASLATORIO ALTERNO della valvola.

Studio il sistema (non disegno giochi) dal punto di vista DINAMICO

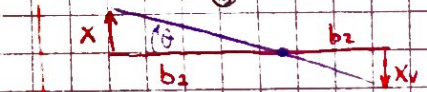
RIDUCENDO IL SISTEMA (1 GRADO DI LIBERTÀ)

- riduco il sistema a un punto (asse punta/bicchiere) sul interesse il DISTACCO della PUNTERIA

non c'è più una forza di chiusura tra CAMMA e MECCANISMO (la forza che il bicchiere e la camma è nulla)

- riduzione delle masse

  - le masse dell'asta non va ridotta così come il bicchiere (M_a) (HO FATTO UNA RIDUZIONE A UN PUNTO DELL'ASTA)
  - bilanciere (che ruota intorno al fulcro di θ)



x_v spostamento valvola

$x : x_v = b_1 : b_2$

per angoli piccoli $tg\theta \cong \theta = \frac{x}{b_1}$

EN. CINETICA $\frac{1}{2} I_b \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} m_{2b} \dot{x}^2$ (massa ridotta bilanciere)

$m_{2b} = I_b \left(\frac{\dot{\theta}}{\dot{x}}\right)^2 = I_b \left(\frac{\dot{\theta}}{\dot{x}}\right)^2 = I_b \frac{1}{b_1^2}$

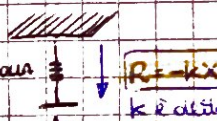
- valvola $\frac{1}{2} m_v \dot{x}_v^2 = \frac{1}{2} m_{2v} \dot{x}^2$

$m_{2v} = M_v \left(\frac{\dot{x}_v}{\dot{x}}\right)^2 = M_v \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2$

(massa ridotta della valvola)

- riduzione delle forze

  Forze P_B e P_V (molle compresse) precarichi del bicchiere e della valvola. Le molle sono montate con precarico (leggermente compresse)



REAZIONE DELLA MOLLA (si oppone alla deformazione x)

k è detta RIGIDITÀ del corpo elastico

$R_B = -k_B x$ $\quad R_V = -k_V x_V$

forze che agiscono sul meccanismo da ridurre

- La molla del bicchiere NON va ridotta (k_B)
- precarico valvola LAVORI $P_V \cdot dx_V = P_{2V} \cdot dx \Rightarrow P_{2V} = P_V \frac{dx_V}{dx} = P_V \frac{b_2}{b_1}$ (PRECARICO RIDOTTO MOLLA VALVOLA)
- reazione elastica della molla (ridotta) $k_V x_V dx_V = k_{2V} x \cdot dx$ (RIGIDITÀ RIDOTTA)

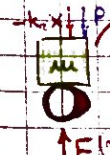
$k_{2V} = k_V \frac{x_V}{x} \frac{dx_V}{dx} = k_V \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2$

⇒ Sono nuove 2 forze:

(massa) $m = m_a + m_B + m_{2b} + M_{2V}$ (effettiva / ridotte)

(forze) $P = P_B + P_{2V}$ (precarico ridotto)

$k_2 = k_B + k_{2V}$ (rigidità elastica ridotta)



$M_{valvola}$ = cost

La MASSA è costante ⇒ posso applicare il PRINCIPIO di D'ALEMBERT:

$-m\ddot{x} - k_2 x - P + F = 0$ cioè $F = m\ddot{x} + k_2 x + P$ è l'equazione che mi permette di studiare la dinamica del sistema ridotto

FORZE
- $-k_2 x$
- $-P$
- F
- $-M\ddot{x}$

F=0 → condizione di distacco (di puntaria)

Inizialmente voleva studiare il DISTACCO DELLA PUNTERIA, è di distacco quando la forza di contatto tra camma e resto del sistema è nulla (F=0) → tale condizione è da evitare

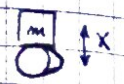
alzata di CAMMA

$\beta = \frac{\pi}{3}$ (l'intero sviluppo angolare è 120°)

La LEGGE DI DISTACCO dipende dalla CAMMA: mi focalizzo su essa.

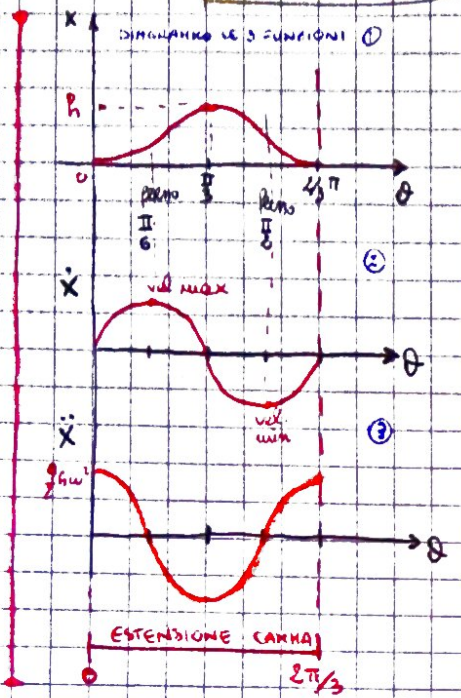
$x(\theta) = \frac{h}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$ (LEGGE DI MOTO) LEGGE DI ALZATA (spostamento della x in funzione di θ)

$\beta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{x(\theta) = \frac{h}{2}(1 - \cos 3\theta)}$ ①



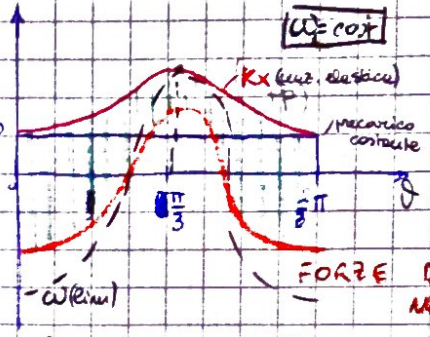
derivo $\boxed{\dot{x}(\theta) = \frac{3}{2} h\omega \operatorname{sen} 3\theta}$ ② $\frac{dx}{dt}$ $\frac{d\theta}{dt}$

$\boxed{\ddot{x} = +\frac{9}{2} h\omega^2 \cos 3\theta}$ ③ la forza d'INERZIA dipende da ω



Vedo l'andamento delle forze (qualitativo) (scala arbitraria) $\boxed{F = m\ddot{x} + kx + P}$

$\boxed{\omega = \cos t}$

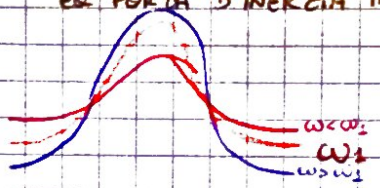


FORZA F (somma di 3 contributi) (andamento qualitativo)

nella MASSIMA ALZATA ($\theta = \frac{\pi}{3}$) ho il MIN. della FORZA

riporto la forza $m\ddot{x}$ ($\propto \ddot{x}$) RIBALTATA DI SEGNO per comodità (OTTENGO LA FORZA F GRAFICAM

se faccio variare ω (P e kx NON dipendono da ω) varia solo la FORZA D'INERZIA $m\ddot{x}$



- Se $\omega > \omega_1$, l'accelerazione si amplifica in ampiezza (FORZA D'INERZIA MAGGIORE)

- Esiste un valore di ω per cui $\boxed{F = m\ddot{x} + kx + P = 0}$ per $\theta = \frac{\pi}{3}$ (massima alzata).
Tale valore di ω, detto velocità di 1° DISTACCO, fa sì che NON ci sia più una forza di contatto tra CAMMA e SIST.

per $\theta = \frac{\pi}{3}$ (MASSIMA ALZATA) ho una F=0.

Per capire quale valore di ω mi dà $\boxed{F=0}$ faccio riferimento all'EQUAZIONE PARTICOLARIZZATA

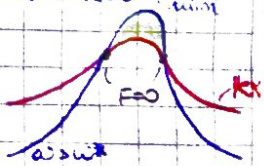
$\boxed{m\ddot{x}\big|_{\theta=\frac{\pi}{3}} + kx\big|_{\theta=\frac{\pi}{3}} + P = 0}$ (Sostituisco x e ẍ)

$\boxed{-m\frac{9}{2}h\omega^2 + kh + P = 0}$ ricavo la velocità di 1° distacco $\boxed{\omega^* = \sqrt{\frac{2}{9}\frac{kh+P}{mh}}}$ ≃ 125 rad/s

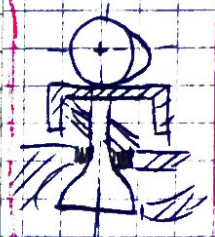
valori esercizio

$N^* \simeq 1200 \frac{giri}{min}$

- Questo valore (ω^*) rappresenta un limite DA NON superare per il buon funzionamento del motore
se $\omega > \omega^*$ il distacco avviene prima (F=0 0) (ω^* fissa il lim di velocità del motore)



$\boxed{\omega^* \text{ può impedirmi di avere motori veloci} \Rightarrow \text{devo cercare di innalzare il valore } \omega^*}$



COMANDO VALVOLA CON ALBERO A CAMME IN TESTA

con questo meccanismo alzo il valore limite ω^* → HO VELOCITÀ MAGGIORI

Riduco tutte quelle inerzie perché ho meno masse di movimento (usato nei MOTORI VELOCI)

$\boxed{\omega^* \simeq 235 \text{ rad/sec}}$ $\boxed{N^* \simeq 2300 \frac{giri}{min}}$ HO QUASI RADDOPPIATO LA VEL. DI DISTACCO rispetto al caso precedente.

La velocità del motore sarà 4600 $\frac{giri}{min}$

$\boxed{\omega^* = \sqrt{\frac{2}{9}\frac{kh+P}{mh}}}$ → posso modificare (AUMENTARE ω^*) modificando anche
- MASSA (m) → non molto altrimenti mi ritrovo organi fragili
- K della molla → se alzo troppo il k mi ritrovo molle molto rigide, ed è richiesto più lavoro di apertura-chiusura.

MECCANISMO COMANDO-VALVOLA

ESERCIZI

1

COMANDO VALVOLA CON ASTA E BILANCIERE

Osservando che la curva $(P + Kz) = f(\theta)$ è indipendente da ω, si può dedurre che:

1) esiste un valore della velocità angolare ω_1 per il quale risulta $F = 0$ per $\theta = \pi/3$ (v. fig.I.IV–5),
2) questo valore ω_1 è il minimo valore di ω per il quale si verifica la condizione di distacco ($F = 0$) dalla punteria dalla camma,
3) per valori di $\omega > \omega_1$ (v. fig.I.IV–6) la curva $m\ddot{z}$ interseca la curva $(P + Kz)$: il punto d'intersezione D individua la condizione di distacco ($F = 0$),
4) al crescere di ω, l'ascissa θ_D di D diminuisce e tende alla ascissa $\theta_D = \pi/6$ del punto di transizione per $\omega \to \infty$.

Da quanto detto risulta che la condizione di primo distacco ($F = 0$ per $\theta = \pi/3$) si scrive:

$$m\ddot{z}\big|_{\theta=\frac{\pi}{3}} + Kz\big|_{\theta=\frac{\pi}{3}} + P = 0$$

Da questa relazione si deduce che:

$$-9mh\omega_1^2/2 + Kh + P = 0$$

e quindi:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2Kh + P}{9mh}}$$

Con i dati assegnati risulta:

$$\omega_1 = 125.86 \text{ rad/s}$$ 125 rad/s

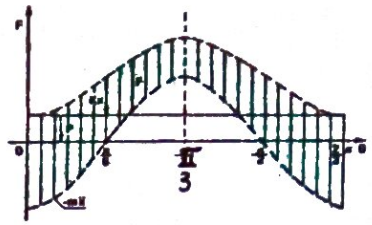
e quindi:

$$n_1 = 60\omega_1/2\pi = 1202 \text{ giri/min}$$

Essendo il motore a quattro tempi, il fenomeno di primo distacco si verifica ad una velocità angolare del motore pari al doppio della velocità n_1 dell'albero a camme e quindi ad una velocità di 2404 giri/min.

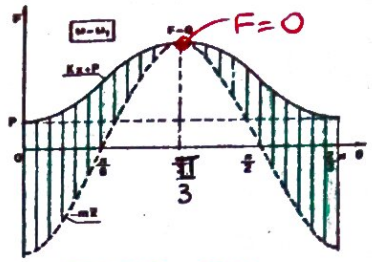
È opportuno osservare che il valore di ω_1 può essere aumentato se, a parità di h, si aumentano K e P, ovvero se si diminuisce m: è però evidente che variazioni di questo tipo non possono superare certi limiti.

Da questa considerazione discende che per motori veloci è necessario ricorrere a meccanismi di comando valvola di tipo diverso da quello rappresentato in fig.I.III–1.



OF

Fig.I.IV–4



F=0

Fig.I.IV–5

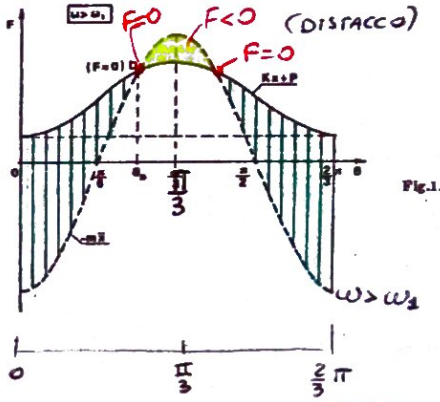


Fig.I.IV–6

2

Esercizio I.V

Determinare il valore della velocità di primo distacco per il meccanismo di comando–valvola con asse a camme in testa di fig.I.V–1, assumendo che la valvola, la molla–valvola ed il precarico di questa molla restino gli stessi di quelli del meccanismo considerato negli esercizi precedenti.

COMANDO VALVOLA CON ALBERO A CAMME IN TESTA

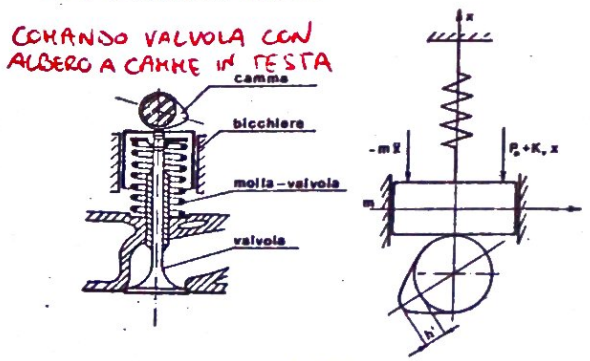


Fig.I.V–1

Si supponga inoltre che la camma sia ancora una camma armonica con $\beta = \pi/3$, ma che realizzi un'alzata valvola h_v pari a quella del meccanismo di fig.I.III–1.

Il bicchiere presente nel meccanismo di fig.I.V–1 abbia una massa m pari a $50 \cdot 10^{-3}$ kg.

Svolgimento

Non essendo più necessario operare alcuna riduzione delle masse e delle forze, essendo l'asse di punteria coincidente con l'asse della valvola, il sistema equivalente è dato da:

$$m = m_v + m_b = (85 + 50) \cdot 10^{-3} = 135 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$
$$K = K_v = 2.5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

Dovrà inoltre essere:

$$h_v = hb_2/b_1 = 10 \cdot 40/35 = 11.43 \text{ mm}$$

e quindi:

$$z_v = z = h_v(1 - \cos 3\theta)/2$$
$$\dot{z}_v = (3/2)h_v\omega \sin 3\theta$$
$$\ddot{z}_v = (9/2)h_v\omega^2 \cos 3\theta$$

La velocità ω_1 di primo distacco risulta definita dalla condizione:

$$F = 0 \quad \text{per} \quad \theta = \pi/3$$

e quindi dalla relazione:

$$m\ddot{z}\big|_{\theta=\frac{\pi}{3}} + K_v z_v\big|_{\theta=\frac{\pi}{3}} + P_0 = 0$$

dalla quale si deduce:

$$-(9/2)mh_v\omega_1^2 + K_v h_v + P_0 = 0$$

Il valore di ω_1 è quindi dato da:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot K_v h_v + P_0}{9 \quad mh_v}} = 235.7 \text{ rad/s}$$ 235 rad/s

La velocità di rotazione di primo distacco risulta quasi doppia di quella che si ottiene col meccanismo con asta e bilanciere.

Il sensibile aumento della velocità angolare del motore (4502 giri/min rispetto ai 2404 giri/min) che, limitatamente al fenomeno in esame, si può ottenere col meccanismo con asse a camme in testa, è dovuto essenzialmente al fatto che in questo meccanismo non sono presenti le masse dell'asta di punteria e del bilanciere.

Questo risultato va interpretato nel senso che per ottenere un motore "veloce" è certamente necessario ricorrere a sistemi di comando valvola con assi a camme in testa; è opportuno tuttavia considerare che questa condizione, da sola, non è sufficiente ad ottenere motori di questo tipo.

↓ vel. quasi raddoppiata

Esercizio I.VI

In fig.I.VI–1 è rappresentato schematicamente un tornio.