TECNICA DELLE COSTRUZIONI I

Barre degli strumenti: di disegno, edita.

Barra di disegno:

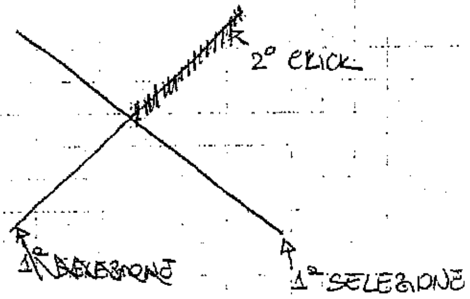
(in basso c'è un comando per far scomparire la griglia).

COMANDO LINEA: 1° click, poi si sposta il mouse, 2° click.
Per uscire dal comando, Tasto destro e premo invio.
Ci servono linee orizzontali o verticale: allora in basso clicchiamo su "ORT".
Possiamo definire la lunghezza sul riquadro bianco.
Per vedere la misura che abbiamo messo prendiamo la barra "interroga". Il 1° elemento è "distanza".
Nella barra bianca in basso ci sono le istruzioni.

COMANDO CERCHIO: bisogna specificare centro e raggio.

Ci sono dei quadratini "calamita"; questi sono attivati premendo puntamento snap.

COMANDO TAGLIA: si seleziona la linea del punto di Taglio, click destro e poi quella che voglio tagliare



Possiamo procedere allo stesso modo per allungarla.

Col click sinistro posso selezionare (da destra a sinistra)
Invece da sinistra a destra, per selezionare un elemento, deve essere tutto compreso.

COMANDO CANCELLA: si seleziona e poi click destro.

COMANDO COPIA: selezioniamo l'oggetto, click destro, selezioniamo un punto qualsiasi, mi sposto e digito la distanza. Se sto nella modalità ort la distanza è in orizzontale.

Se voglio la distanza vera devo usare OFFSET, scrivo la distanza e clicco.

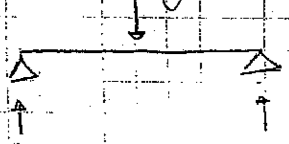
Se voglio una linea simmetrica uso SPECCHIA

Per ruotare un rettangolo togliamo ORT e poi prendiamo ruota, selezioniamo il rettangolo

Autocad può disegnare su più livelli (scegliendo layer)
Click gestione layer: si dà un nome, si sceglie il colore delle linee. In basso a sinistra c'è la barra dei layer. Per spostare una linea su un altro layer click su gestione.
Posso cambiare il colore di una linea senza cambiare impostazioni del layer, però selezionando la linea posso vedere qual è il layer.

Per quotare le linee, tasto dx su una barra qualsiasi e prendiamo quotatura. Per quotare da punto iniziale premo quotatura lineare e seguo le istruzioni.
Andiamo in stile di quota, modifica, testo.
Conviene creare un layer con le quote, a spessore minore (0,18) e quelle normali 0,20
Per diverse scale scegliamo diversi stili di quota.
COMANDO SCALA
COMANDO CIMA: fa un raccordo piano

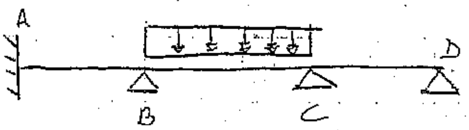
Richiami generali



Questa trave è isostatica perchè ci sono solo carichi verticali.

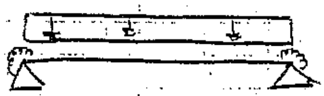
La trave è monodimensionale: una dimensione è preponderante sulle altre due.
La linea che rappresentiamo è la congiungente dei baricentri di tutte le sezioni (in senso convenzionale); è allora l'inviluppo di questi punti.

Il principio del sezionamento stabilisce che ogni parte di una struttura in equilibrio, è anch'essa in equilibrio. Questo a patto di sostituire la struttura sezionata con le forze da essa esplicate.



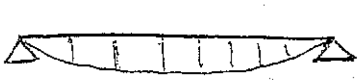
In una struttura del genere si parte sempre dalla parte caricata.

Un vincolo è un ente duale cinematico-statico; può essere quindi sempre sostituito dalle sue reazioni vincolari.
Isoliamo allora la parte caricata:



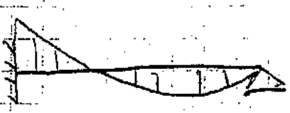
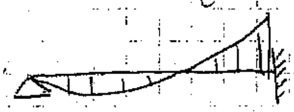
Gli estremi però non ruotano liberamente, ma sono vincolati dalla rigidezza dell'intera trave.

Allora possiamo mettere delle molle di opportuna rigidezza.
Possiamo però considerare 2 schemi ~~liberi~~ limite:

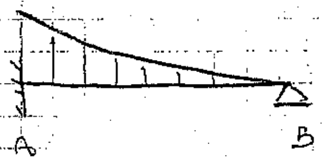
1. 

2. 

Nel 1° caso gli estremi possono ruotare; è assimilabile al caso in cui la restante parte di trave è molto meno rigida. Viceversa nel 2° caso, in cui gli estremi non possono ruotare, possiamo considerare la restante parte di trave molto più rigida.
Oppure potrebbe capitare che da un lato è più rigido e dall'altro meno, assimilabile con i seguenti schemi:

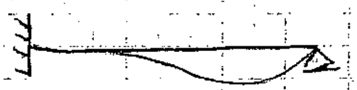
3.  4. 

Cerchiamo subito di inquadrare i diagrammi:



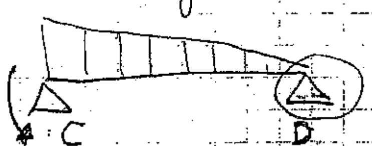
Qui il diagramma non può essere così, perché ha tangente orizzontale in B; ma questo significherebbe taglio nullo in B, cosa che chiaramente non è.

Inoltre osserviamo la deformata



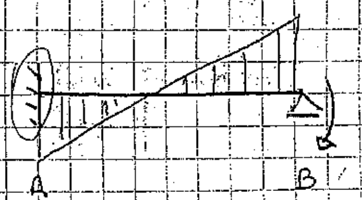
si vede che le fibre tese non sono solo superiormente.
[vediamo infatti nella deformata un punto di flesso]

Tornando alla struttura precedente, continuo poi ad analizzare i restanti pezzi.
Per il pezzo CD avremo una cerniera di certo in D (perché lì la trave finisce)



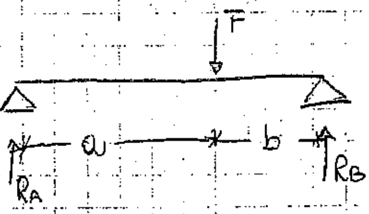
In C però ci sarà una coppia che tende le fibre di sopra (prescindendo da ogni convenzione)

Poi per il pezzo A B.



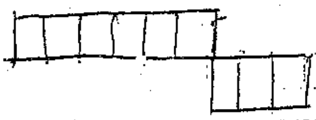
Ancora una volta in A il vincolo è sicuramente quello e in B troviamo una coppia dovuta al pezzo BC.

Usando le ECS possiamo poi calcolare le reazioni di una struttura in equilibrio

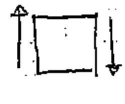


La reazione è inversamente proporzionale alla distanza dalla forza.

Si può poi procedere calcolando il taglio; con forze concentrate (non distribuite) il taglio è costante!



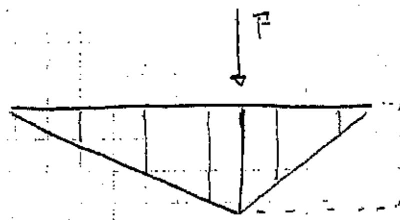
Per i segni la convenzione è tale che è positivo se genera una coppia oraria



$T(x) = R_A \qquad 0 < x < a$

$T(x) = R_A - F \qquad a < x < (a+b)$

Infine il diagramma del momento; convenzionalmente il momento è positivo quando tende le fibre inferiori



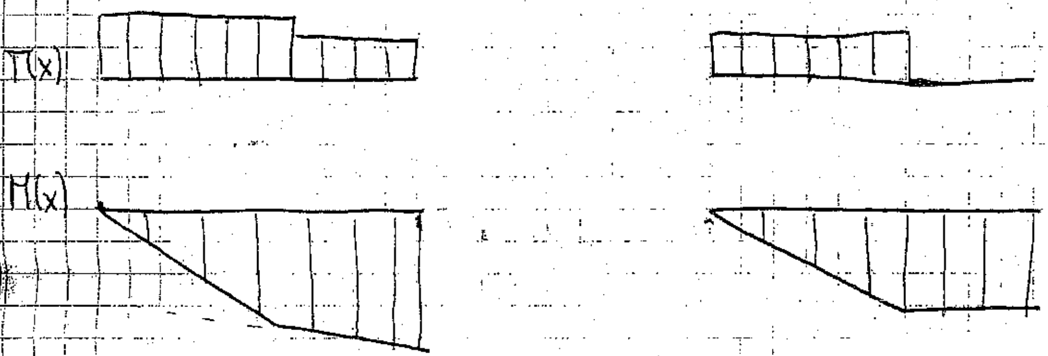
$R_A \cdot a = R_B \cdot b$

$M(x) = R_A \cdot x \qquad 0 < x < a$

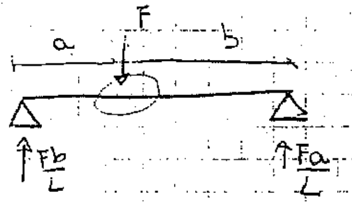
$M(x) = R_A \cdot x - F(x-a) \qquad a < x < (a+b)$

Le cuspidi seguono il verso delle forze: in A e in B le cuspidi sono verso l'alto ⇒ le reazioni sono verso l'alto.
Dove c'è la forza, rivolta verso il basso, la cuspide è verso il basso

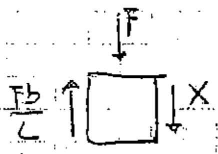
Se il Taglio non avesse cambiato segno, la pendenza del momento sarebbe stato ancora verso il basso.



Oppure se il Taglio fosse diventato nullo, il diagramma del momento sarebbe continuato dritto.



Per il principio di sezionamento possiamo prendere la parte in verde



$$\frac{Fb}{L} - F - x = 0$$

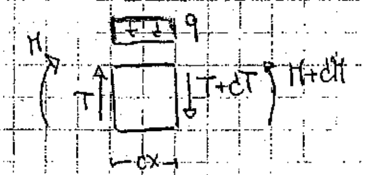
$$\Downarrow$$

$$x = \frac{F(b-L)}{L} = -\frac{Fa}{L}$$

Quindi in realtà, avendo ottenuto "−", la x è di verso opposto a come l'avevamo immaginata
Abbiamo usato qui le ECS perché la struttura è isostatica.
Fosse iperstatica dovremmo sfruttare la congruenza

$$M(x) = EI\,w''$$

Ragioniamo su un concio

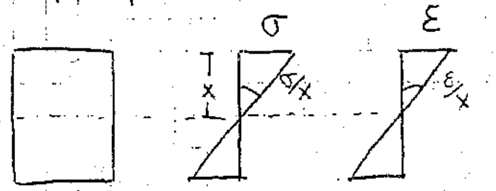


Dall'equilibrio di questo risulta:

$T - T - dT - q\,dx = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dT}{dx} = -q$

$M - M - dM + T\,dx - \underbrace{q\frac{dx^2}{2}}_{\text{TRASCURABILE}} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{dM}{dx} = T \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dT}{dx} = -q$

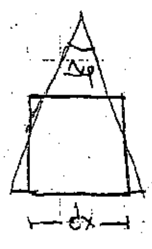
Si può poi passare alla cinematica



$M = \int \sigma y \, dA = \frac{\sigma}{x} I_x$

La pendenza $\frac{\varepsilon}{x}$ è la curvatura (pendenza del diagramma delle ε).

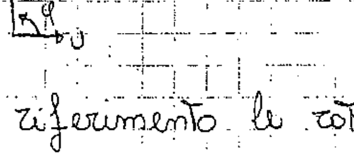
$\chi = \frac{M}{EI}$



La derivata della rotazione che subisce questo concio è proprio la curvatura

$\boxed{\varphi' = \chi}$

A sua volta φ è la derivata dello spostamento $\boxed{w' = \varphi}$ dove la derivata è l'inclinazione (punto per punto)



In particolare però $\varphi = -w'$, perché nel nostro riferimento le rotazioni sono negative, ma corrispondono a w positivi un momento positivo.

$\chi = \varphi' = \frac{M}{EI}$

vedi bene i segni

$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{d\varphi}{dx} = -\chi = -\frac{M}{EI}$

In particolare la relazione $\frac{M}{EI} = \chi$ lega statica e cinematica

Inoltre:

$T = \frac{dM}{dx} = -EI\frac{d^3 w}{dx^3}$

[Nel tirare EI fuori dalla derivata, lo stiamo supponendo costante, ovvero travi a sezione costante e materiale omogeneo]

$M'' = -q$
$M = -EI\,w''$
$(EI\,w'')'' = +q$
$EI\,w^{IV} = +q$

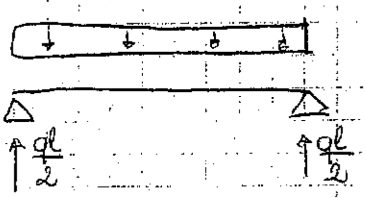
Metodo delle 4 integrazioni che ci fornisce la linea elastica

Se $q = 0 \rightarrow w^{IV} = 0$

$w = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$

Se $q \neq 0 \rightarrow EI\,w^{IV} = q$

$w = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D + \underbrace{\frac{x^4}{24EI}}_{\text{INTEGRALE PARTICOLARE}}$



$M(x) = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}$

$w'' = -\frac{M}{EI} \longrightarrow w' = -\int \frac{M}{EI}\,dx =$

$= -\frac{ql\,x^2}{4EI} + \frac{q\,x^3}{6EI} + C = \varphi$

La φ non è una quantità simmetrica; essendo invece la trave simmetrica, sull'asse di simmetria deve essere $\varphi = 0$.

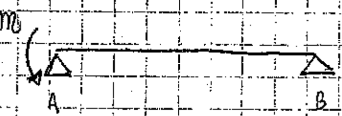
Comunque possiamo procedere con una nuova integrazione

$w = -\int w' dx =$

Ora possiamo imporre le condizioni al contorno:

$w(x=0)=0$; $w(x=L)=0$.

Corollari di Mohr



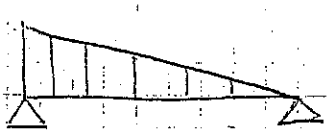
Ci chiediamo quanto valga la rotazione in A, oppure lo spostamento in un generico punto.

Possiamo considerare la relazione

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -q \qquad \frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Allora consideriamo un carico fittizio pari a $\frac{M}{EI}$; integrandolo due volte otteniamo il momento fittizio, pari allo spostamento w

$M(x)$



Il Taglio è la pendenza del momento $\rightarrow T = \frac{M}{L}$

Noto il momento, possiamo procedere.

Però bisogna operare anche sui vincoli, in modo tale che le condizioni cinematiche diventino condizioni statiche e viceversa.

Per la rotazione φ sfruttiamo il taglio fittizio.

Il Taglio (fittizio) in A è pari alla reazione (fittizia)

Vale $\frac{mL}{3EI}$

Per M unitario si ottiene la cedevolezza; quindi a parità di coppia applicata possiamo proprio confrontare questa.
Al numeratore troviamo L: più la trave è lunga, più è cedevole. In base ai carichi L è accompagnato da un esponente che possiamo valutare con analisi dimensionale.
Al denominatore invece c'è EI accompagnato da un numero; maggiore è EI, meno cedevole è la trave.

Nel metodo delle 4 integrazioni invece necessitiamo di 4 condizioni al contorno

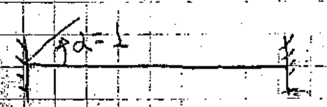
$w = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \longrightarrow$ 1. D è lo spostamento per $x=0$

$w' = 3Ax^2 + 2Bx + C \longrightarrow$ 2. C è la rotazione per $x=0$

$w'' = \frac{M}{EI} = 6Ax + 2B \longrightarrow$ 3. $2B = \frac{M}{EI}$ per $x=0$

$w''' = \frac{T}{EI} = 6A \longrightarrow$ 4. $6A = \frac{T}{EI}$

Si può usare questo metodo per le travi iperstatiche



Le condizioni al contorno sono:

$w(0) = 0 \longrightarrow D = 0$ (1)

$w'(0) = 1 \longrightarrow C = 1$ (2)

$w(l) = 0 \longrightarrow Al^3 + Bl^2 + l = 0$ (3)

$w'(l) = 0 \longrightarrow 3Al^2 + 2Bl + 1 = 0$ (4)

La (3) e la (4) sono 2 equazioni in 2 incognite che ci forniscono A e B $A = \frac{1}{l^2}$ $B = -\frac{2}{l}$