Colourbook Colourbook Colourbook Colourbook

MATERIA: ESERCIZI FISICA II
IN AULA.

Nome TONIA

Cognome MACONE

Indirizzo VIA CUPA MACIATA 1
MARANO (NA)

Classe I anno Ingegneria
CHIMICA

Scuola UNIVERSITÀ FEDERICO II

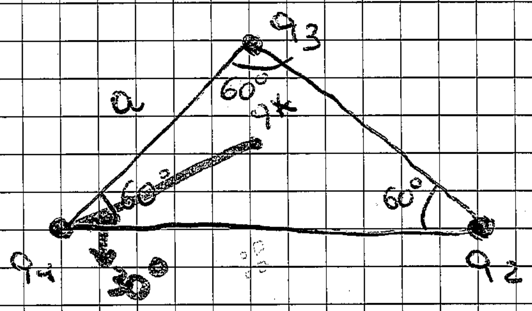
Città MARANO (NA)

Colourbook®

I lezione esercizi: 02-10-2013

n° 1.

DATI:
- ho 3 cariche q_1, q_2, q_3 poste ai vertici di un triangolo equilatero, uguali e dello stesso segno.
- a = lunghezza lati
- Quale deve essere la carica q^* che devo mettere al centro del triangolo affinché il mio sistema sia in equilibrio?



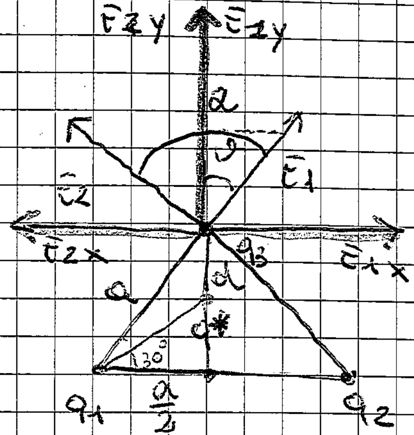
SVOLGIMENTO:

So che q_1, q_2, q_3 sono cariche uguali dello stesso segno, dunque esse tendono a respingersi.

Voglio vedere se q^* posta al centro tenga in equilibrio il mio sistema → la devo scegliere di segno opposto a q_1, q_2, q_3 in modo che si generi attrazione.

Quello che mi serve è verificare che tutte le cariche stiano in equilibrio e quindi inserisco un valore di q^* per cui si verifichi detta condizione. Essendo tutte le cariche uguali, mi basta verificare che una sia in equilibrio con q^*.

Ragioniamo in termini di CAMPI ELETTRICI:



$\vartheta = 30° = \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{6}$

$\alpha = 60° = \frac{\pi}{3}$

RICORDA che la dist di q_1 da p^* è uguale alla dist di p_3 da p^* uguale a p_2 da p^* e la chiamo d!

Il campo elettrico generato da q_1: (su q_3)

$$\vec{E}_1 = \frac{k\, q_1}{a^2}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{k\, q_2}{a^2}$$

- le componenti lungo x: $\bar{E}_{1x}$ e $\bar{E}_{2x}$ sono uguali ma opposte e dunque si annullano.

- le componenti lungo y: $\bar{E}_{1y}$ e $\bar{E}_{2y}$ si sommano.

I due campi elettrici $\bar{E}_1$ e $\bar{E}_2$ hanno lo stesso modulo perché hanno la stessa carica $q_1 = q_2$ e la stessa distanza a.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (\bar{E}_{1x} + \bar{E}_{2x})\,\hat{i} + (\bar{E}_{1y} + \bar{E}_{2y})\,\hat{j}$$

$\bar{E}_{1x} = \text{seno}(\bar{E}_1) = \bar{E}_1 \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\bar{E}_1$

$\bar{E}_{2x} = -\frac{1}{2}\bar{E}_2$

ma $\bar{E}_1 = \bar{E}_2$ quindi $\bar{E}_{1x}$ e $\bar{E}_{2x}$ si annullano.

$E_{1y} = \bar{E}_1 \cos\vartheta$

$\bar{E}_{2y} = \bar{E}_2 \cos\vartheta$

cioè $\bar{E}_{1y} = \bar{E}_{2y} = \bar{E}_1 \cos\frac{\pi}{6} = \bar{E}_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = k\frac{q}{a^2}\frac{\sqrt{3}}{2}$ ($q_1 = q_2$ // q)

quindi $\vec{E} = 0\,\hat{i} + 2k\frac{q}{a^2}\frac{\sqrt{3}}{2}$

Metto q^* al centro tale da annullare $\vec{E}$ generato $\vec{E}^*$ da $\Rightarrow$, cioè:

$\vec{E}^* + \vec{E} = 0$. (1) (CONDIZIONE PER AVERE EQUILIBRIO)

Il campo generato da q^* è: (su q^3)

$$\vec{E}^* = \frac{kq^*}{d^2}$$

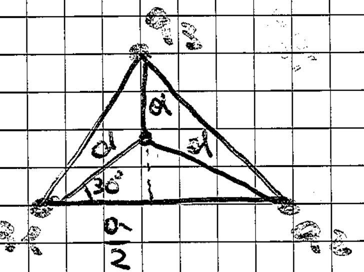
Quindi la (1) sarà:

$$\frac{kq^*}{d^2} + \cancel{2}k\frac{q}{a^2}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 0$$

$$\frac{\cancel{k}q^*}{d^2} + \frac{\cancel{k}q}{a^2}\sqrt{3} = 0$$

$$q^* = -\frac{q\sqrt{3}}{a^2}\cdot d^2$$

ma io dai dati non conosco d. Come faccio?



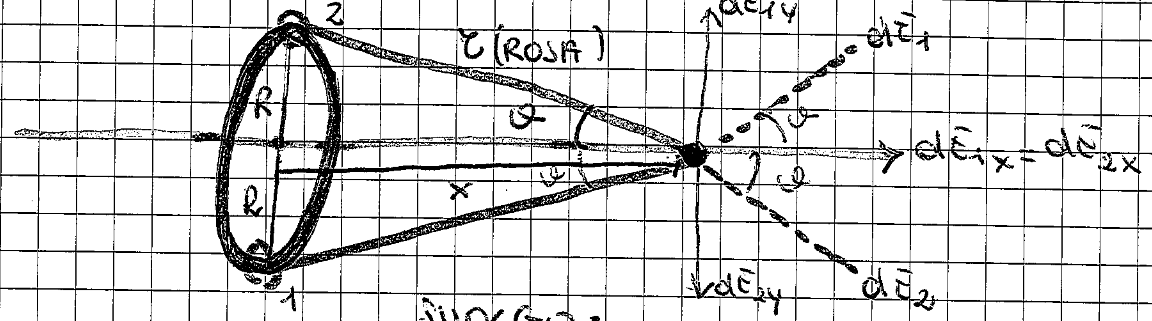
$$\cos 30° = \frac{\frac{a}{2}}{d} \Rightarrow d = \frac{\frac{a}{2}}{\cos 30°} = \frac{a}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}}$$

cioè $d = \frac{a}{\sqrt{3}} = a\frac{\sqrt{3}}{3}$

Quindi ho: $q^* = -\frac{\sqrt{3}}{\cancel{a^2}}q\cdot\cancel{a^2}\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}3} = -\frac{q\sqrt{3}}{3}$.

FINE.

(N°2): DATI: Ho un anello di Raggio R
sul quale è distribuita uniformemente
una carica q.
Calcolare il C.E sull'asse dell'anello.
(in un punto P a distanza x dal centro)



SVOLGO:

• Calcolo il C.E ad una distanza x dal centro.

• Posso sfruttare la simmetria: Preso un elementino dq ne esiste un altro simmetrico dall'altro lato (diametricalmente opposto).

Andiamo per gradi:
il campo elettrico di un sistema continuo è dato da

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \quad \text{dove} \quad d\vec{E} = \frac{k\,dq}{r^2}\hat{r}$$

Quindi divido il mio sistema in tanti piccoli elementini di carica dq e faccio la sommatoria:

$$dq = \rho\, d\tau$$ dove $d\tau$ è il volumetto infinitesimo.

Poiché il mio sistema è un anello:

$$dq = \lambda\, dl \Rightarrow \lambda = \text{dens. carica} = \frac{dq}{dl} = \frac{Q_{TOT}}{2\pi R}$$

dunque $dE = \frac{k\,dq}{r^2}\hat{r} = \frac{k\,\lambda\, dl}{r^2}\hat{r}$

Adesso sfrutto la simmetria:
lungo x per ogni dl da un lato esisterà un dl dal lato opposto tale che la risultante è lungo x, la componente lungo y si annulla (si osservi la figura).

Cioè:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_x \hat{i} + \underbrace{\int dE_y \hat{j}}_{=0 \text{ (sono tali da opporsi)}}$$

In generale lungo y:

$$dE_{1y} = \operatorname{sen}\theta \, dE_1$$
$$dE_{2y} = \operatorname{sen}\theta \, dE_2$$

e sono tali da annullarsi

lungo x:

$$dE_{1x} = \cos\theta \, dE_1$$
$$dE_{2x} = \cos\theta \, dE_2$$

sono uguali $\Rightarrow$ $dE_x = \cos\theta \, dE$.

quindi:

$$\vec{E} = \int dE_x = \int \cos\theta \, dE.$$

a cosa è uguale $\cos\theta$?
si osservi la figura: $\cos\theta = \frac{x}{r}$
inoltre sempre da fig. osservo che: $x^2 + R^2 = r^2$.
Dunque:

$$dE_x = \cos\theta \, dE = \frac{x}{r} \, k \frac{\lambda \, dl}{r^2} = \frac{x k \lambda \, dl}{(\sqrt{x^2+R^2})(x^2+R^2)} =$$

$$= \frac{x k \lambda \, dl}{\sqrt{(x^2+R^2)^3}} \quad (2)$$

vado a fare l'integrale della (2):

→ cost (densità)

$$\vec{E} = \int \frac{xk\lambda\, dl}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\hat{i} = \frac{xk\lambda}{(x^2+R^2)^{3/2}} \int dl\,\hat{i}$$

$$L = \int dL = 2\pi R \quad \text{(LUNG CIRCONF.)}$$

$$\vec{E} = \frac{xk\lambda}{(x^2+R^2)^{3/2}}\, 2\pi R\, \hat{i} = \frac{xkQ}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

perché $\lambda 2\pi R = Q$ tot dell'anello

ORA • se $x >> R$: ~~$\vec{E} = \frac{xk\lambda}{x^3} = \frac{k\lambda}{x^2}$~~

$$\vec{E} = \frac{xkQ}{(x^2+\cancel{R^2})^{3/2}} \Rightarrow \vec{E} = \frac{kQ}{x^2}$$

campo elettrico uguale a quello di una carica puntiforme.

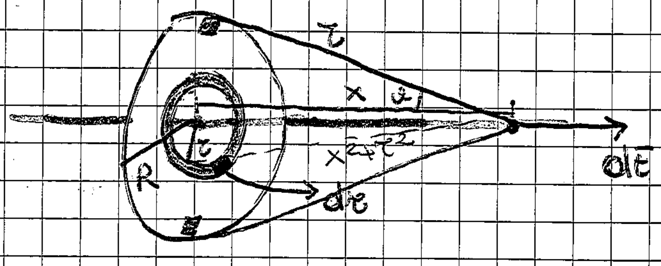
• se $x << R$:

$$\vec{E} = \frac{xkq}{R^3}$$

il campo elettrico cresce con x.

ESER n° 3

Dati: Ho un disco di Raggio R, con una carica uniforme Q. Calcolare il campo elettrico del disco $\vec{E}$, sull'asse



$$d^2 = x^2 + r^2$$

SVOLGO:

Questa volta non abbiamo una densità di carica lineare ma una densità di carica superficiale:

$$\sigma = \frac{dq}{d\Sigma}$$

Dunque l'integrale sarà di SUPERFICIE.

Anche questa volta il mio sistema è simmetrico:
Per ogni elementino $d\Sigma$ ne trovo un altro simmetrico
tale che la risultante di $\vec{E}$ è sempre diretta lungo x.
Isoliamo idealmente la corona blu in figura: parte
compresa fra r e $r+dr$.
Esso ha una superficie $d\Sigma = 2\pi r\,dr$ da cui:

$$dq = \sigma \underbrace{d\Sigma}_{} = \sigma\, 2\pi r\, dr$$

area cerchio $= \pi r^2 \Rightarrow$ area infinit $d\Sigma = r\,dr \cdot 2\pi$

È questa distribuzione "anulare" che produce sull'asse
a distanza x dal centro il seguente campo elettrico:

Fare: $E = \int dE$

ORA fare l'area di tutta la superficie equivale a fare
l'area da 0 a R, pertanto:

$$\cancel{E = \int dE = \int_0^R \frac{k\,dq}{r^2}\cos\vartheta = \int_0^R \frac{x k\, dq}{(R^2+x^2)^{3/2}} = \int_0^R \frac{x k\, \sigma\, d\Sigma}{(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

$$\cancel{= \int_0^R \frac{x k\, \sigma\, 2\pi r\, dr}{(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

~~(Fine)~~

$$E = \int dE = \int_0^R \frac{k\,dq}{d^2}\cos\vartheta = \int_0^R \frac{k\,dq}{x^2+r^2}\cos\vartheta = \int_0^R \frac{k\,\sigma\, d\Sigma}{x^2+r^2}\cdot\frac{x}{d} =$$

$$= \int_0^R \frac{k\,\sigma\, d\Sigma}{x^2+r^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}} = \int_0^R \frac{x k\, \sigma\cdot 2\pi r\, dr}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}} =$$

$$= \int_0^R \frac{1}{\cancel{4}\cancel{\pi}\varepsilon_0}\,\sigma\,\frac{\cancel{2}\cancel{\pi} r\, dr}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}} = \int_0^R \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\,\frac{r\, dr}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}} =$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\,\frac{1}{2}\int_0^R \frac{2r}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}}\,dr = \frac{\sigma x}{4\varepsilon_0}\int_0^R (x^2+r^2)^{-\frac{3}{2}}\, d(x^2+r^2)$$

$$= \frac{\sigma x}{\cancel{4}_2\varepsilon_0}\left[\frac{(x^2+r^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}\right]_0^R = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} + \frac{1}{x}\right]$$ FINE.

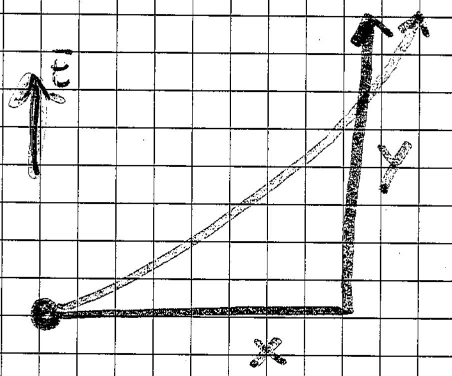
ESER (n° 4):

Ho una particella immersa in un campo elettrico.
La particella ha massa $\boxed{m}$
carica $\boxed{q}$
velocità iniziale $\boxed{v_0}$

Il campo elettrico è uniforme, ed è concorde all'asse y

Voglio sapere, dopo che la particella ha percorso uno spazio d, la deflessione che subisce il moto della particella.

Svolto:



Ricordando che: $\bar{F} = ma \Rightarrow \bar{F} = \frac{\bar{E}}{q} \Rightarrow \bar{F} = \bar{E}q \Rightarrow \bar{E}q = ma \Rightarrow a = \frac{\bar{E}q}{m}$

$$\begin{cases} a_x = \cancel{\frac{Eq}{m}}\ 0 & \text{(lungo x il moto è rettilineo uniforme)} \\ a_y = \frac{\bar{E}q}{m} & \text{(lungo y è rettilineo uniformemente accelerato)} \end{cases}$$

integrando ottengo che: $v(t) = v_0 + \int a(t)\,dt$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \cancel{v_0} + \frac{\bar{E}q}{m} t \end{cases}$$

integrando: $s(t) = s_0 + \int v_0\,dt + \int a(t - t_0)\,dt$

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} q \frac{E}{m} t^2 \end{cases}$$

Quando $x = d \Rightarrow$

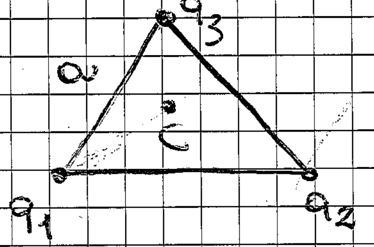
$$y = \frac{1}{2} q \frac{E}{m} t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} q \frac{E}{m v_0^2} x^2$$

$$\Rightarrow y^* = \frac{1}{2} q \frac{E}{m v_0^2} d^2.$$

LEZIONE: V SISTEMA DISCRETO **04-10-2013**

n° 1: Dati: ho 3 cariche q_1, q_2, q_3 dello stesso valore, poste ai vertici di un triangolo equilatero.



Calcolare il potenziale al centro del triangolo (C)

SVOLGO:

In generale:

$$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} =$$

Siccome anche per un sistema di n cariche: $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} E_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{k q_i}{r_i^2} \hat{r}$

allora ho:

$$V = \int \sum_{i=1}^{n} E_i \, ds = \int \sum_{i=1}^{n} \frac{k q_i}{r_i^2} dr =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{k q_i}{r_i} = \sum_{i=1}^{n} V_i.$$

So che per una particella: $V(a) = \frac{kq\sqrt{3}}{a}$

allora per tre particelle:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad \text{ma } V_1 = V_2 = V_3 = \frac{q\sqrt{3}k}{a}$$

$$V = 3 \cdot \frac{kq\sqrt{3}}{a} \neq 0.$$